Corrigió: Malena

1	2	3	NOTA
R	B-	B	A

HOJA N° 1

FECHA 16/5

① a)

VACIO :: (a → INTEGER) → HASHSET a

VACIO f = HASH f (\x → []) ✓

b)

PERTENECE :: Eq a ⇒ a → HashSet a → Bool

PERTENECE x (HASH h f) = ELEM x (f (h a)) ✓

DADO UN VALOR x (DE TIPO a), SE PUEDE VER SU PERTENENCIA AL CONJUNTO PRIMERO CALCULANDO SU NÚMERO DE HASH (ESTO LO CALCULAMOS HACIENDO h x) Y LUEGO VIENDO SI PERTENECE A LA LISTA RELACIONADA A ESE VALOR (LA LISTA ES f (h a)).

c)

AGREGAR :: Eq a ⇒ a → HASHSET a → HASHSET a

AGREGAR x (HASH h f) = if (PERTENECE x (HASH h f))
THEN (HASH h f) ELSE ⊛

⊛ (HASH h (\y → if (h x) == y THEN x : f (h x) ELSE f y)) ✓

d)

INTERSECCIÓN :: Eq a ⇒ HashSet a → HashSet a → HashSet a

INTERSECCIÓN (HASH h f) (HASH g e) =
HASH h (\x → UNIRSINREPETIDOS (f x) (e x))

UNIRSINREPETIDOS :: Eq a ⇒ [a] → [a] → [a]

UNIRSINREPETIDOS x y =
RECR (\x xs r → IF ELEM x xs THEN r ELSE x : r) []
x ++ y

esto no calcula la intersección sino que une las tablas | Una sol. posible: intersección (Hash f t) c = Hash f (filter (flip pertenece c) . t)

LA IDEA DE UNIRSINREPETIDOS ES USAR RECR SOBRE LA CONCATENACIÓN DE LAS LISTAS. DENTRO DE RECR, VER SI UN ELEMENTO DADO PERTENECE A LA COLA DE LA LISTA. SI PERTENECE NO LO CONSIDERO, SI NO PERTENECE LO CONSIDERO.

e) (a → a → a) → [a] → a.

FOLDR1 ::

FOLDR1 f L =

RECR (\X XS R → if XS == NULL THEN X

null xs

ELSE f X ③1) (ERROR "LISTA VACIA")

esto aplicaría f a este elemento

③1 (FOLDR1 f XS)

no se podía usar recursión explícita

Una solución posible:

```
foldr1 f xs = if (null xs) then (error "lista vacía")
   else (recr (\y ys → f y) (last xs) (init xs))
```

2

a)

$$\frac{}{\Gamma \vdash \langle\rangle_\sigma : COLA_\sigma} \text{ T-COLAVACIA}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M_2 : \sigma \quad \Gamma \vdash M_1 : COLA_\sigma}{\Gamma \vdash M_1 \bullet M_2 : COLA_\sigma} \text{ T-AGREGOALACOLA}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : COLA_\sigma}{\Gamma \vdash PRÓXIMO(M) : \sigma} \text{ T-PROX}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : COLA_\sigma}{\Gamma \vdash DESENCOLAR(M) : COLA_\sigma} \text{ T-DESENCOLAR}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M_1 : COLA_\sigma \quad \Gamma \vdash M_2 : \tau \quad \Gamma \cup \{c : COLA_\sigma, x : \sigma\} \vdash M_3 : \tau}{\Gamma \vdash CASE\ M_1\ OF\ \langle\rangle \rightsquigarrow M_2 \ ;\ c \bullet x \rightsquigarrow M_3 : \tau} \text{ T-CASE}$$

b) $V ::= \ldots \mid \langle\rangle_\sigma \mid V \bullet V$

~~PRÓXIMO($V_1 \bullet V_2$) E-PRÓXIMO~~

$$\frac{}{PRÓXIMO(\langle\rangle_\sigma \bullet M_2) \to M_2} \text{ E-PRÓXIMO1} \quad (M_2 \text{ VALOR})$$

$$\frac{M_1 \neq \langle\rangle_\sigma \text{ para todo } \sigma}{PRÓXIMO(M_1 \bullet M_2) \to PRÓXIMO(M_1)} \text{ E-PRÓXIMO 2} \quad (M_1 \text{ Y } M_2 \text{ VALORES})$$

$$\frac{}{\text{DESENCOLAR}(\langle\rangle_\sigma \cdot M_2) \longrightarrow \langle\rangle_\sigma} \text{ E-DESENCOLAR}$$ (M_2 VALOR)

$$\frac{M_1 \neq \langle\rangle_\sigma \text{. para todo } \sigma}{\text{DESENCOLAR}(M_1 \cdot M_2) \longrightarrow \text{DESENCOLAR}(M_1)\cdot M_2} \text{ E-DESENCOLAR}$$ (M_1 Y M_2 VALORES)

$$\frac{}{\text{CASE } \langle\rangle_\sigma \text{ OF } \langle\rangle \leadsto M_2 ;\ C \cdot X \leadsto M_3 \longrightarrow M_2} \text{ E-CASE1}$$ ®1

$$\frac{}{\text{CASE } V_1 \cdot V_2 \text{ OF } \langle\rangle \leadsto M_2 ;\ C \cdot X \leadsto M_3 \longrightarrow M_3\{X \leftarrow V_2, C \leftarrow V_1\}} \text{ E-CASE2}$$ ®1

®1 M_2 Y M_3 NO NECESITAN SER VALORES

REGLAS DE CONGRUENCIA:

- 2 PARA $M_1 \cdot M_2$ (SE REDUCEN M_1 Y M_2)
- 1 PARA PRÓXIMO
- 1 PARA DESENCOLAR
- 1 PARA EL CASE (SOLO REDUZCO LA EXPRESIÓN M_1).

c) $\text{CASE } \langle\rangle_{NAT} \cdot \underline{1} \cdot 0 \text{ OF } \langle\rangle \leadsto \text{PRÓXIMO}(\langle\rangle_{BOOL});\ C \cdot X \leadsto \text{isZero}(X)$

$\xrightarrow{\text{E-CASE2}} \text{isZero}(0) \xrightarrow{\text{E-ISZEROZERO}} \text{TRUE}$

d) $\text{ÚLTIMO}_\sigma = \lambda c : \text{COLA}_\sigma .\ \text{CASE } c \text{ OF } \langle\rangle \leadsto \text{PRÓXIMO}(\langle\rangle_\sigma);\ c \cdot x \leadsto x$

$\emptyset \vdash \text{ÚLTIMO} : \text{COLA}_\sigma \to \sigma$

NOTA

③

a) QUEREMOS SABER QUE TIENE QUE PASAR PARA QUE VALGA $BDD_{\sigma,\tau} <: BDD_{\sigma',\tau'}$, ES DECIR QUE EN TODO CONTEXTO DONDE SE ESPERA ALGO DE TIPO $BDD_{\sigma',\tau'}$, PUEDA UTILIZARSE ALGO DE TIPO $BDD_{\sigma,\tau}$

VEAMOS PRIMERO EVALUAR. ES LA ÚNICA DE LAS 3 EXPRESIONES QUE "DEVUELVE" UN VALOR DE SALIDA τ. IMAGINEMOS QUE NOSOTROS ESPERAMOS UN $BDD_{\sigma',\tau'}$ Y ~~MO~~ AL MISMO LO EVALUAMOS Y LUEGO OPERAMOS CON EL VALOR DE SALIDA. PERO EN LUGAR DE UN $BDD_{\sigma',\tau'}$ NOS PASAN UN $BDD_{\sigma,\tau}$, ENTONCES AL EVALUAR TENDREMOS ALGO DE TIPO τ. PARA QUE NO HAYA PROBLEMAS TENEMOS QUE PODER HACER CON τ TODO LO QUE PODÍAMOS HACER CON τ' ENTONCES TENEMOS:

$$\tau <: \tau'$$

ASÍ, EN TODO CONTEXTO DONDE SE ESPERA ALGO DE TIPO τ', PUEDE UTILIZARSE ALGO DE TIPO τ

LUEGO TENEMOS QUE VER QUÉ PASA CON EL DOMINIO, (CON σ Y σ'). PARA ESO TENEMOS QUE VER T-CHOICE QUE ES QUIEN OPERA CON σ' EN CADA NODO HASTA LLEGAR A LAS HOJAS DEL ÁRBOL (ESTO SUCEDE TODO DENTRO DE EVALUAR)

AHORA BIEN SI ESPERAMOS UN $BDD_{\sigma',\tau'}$ PERO NOS LLEGA UNO DE TIPO $BDD_{\sigma,\tau}$, AL HACER EVALUAR, EL SEGUNDO PARÁMETRO DE EVALUAR SERÁ DE TIPO σ' (XQ SE ESPERABA UN $BDD_{\sigma',\tau'}$). COMO NOS PASAN UN $BDD_{\sigma,\tau}$

NOTA

QUEREMOS QUE EN TODO CONTEXTO DONDE SE ESPERA ALGO DE TIPO σ (DENTRO DEL $BDD_{\sigma,\tau}$ QUE NOS PASARON), SE PUEDA USAR ALGO DE TIPO σ'; ENTONCES:

$$\sigma' <: \sigma$$

JUNTANDO TODO TENEMOS.

$$\frac{\sigma' <: \sigma \qquad \tau <: \tau'}{BDD_{\sigma,\tau} <: BDD_{\sigma',\tau'}}\ \text{S-BDD}$$

ES DECIR CONTRAVARIANTE EN EL DOMINIO Y COVARIANTE EN LA IMAGEN

b)

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\{y:N\} \in \emptyset,\{y:N\}}{\emptyset,\{y:N\} \vdash y:N}\ \text{T-VAR}}{\emptyset,\{y:N\} \vdash iszero(y):B}\ \text{T-ISZERO}}{\emptyset \vdash (\lambda y:N.\ iszero(y)):N \to B}\ \text{T-ABS}$$

$$\frac{\circledast_3}{\emptyset \vdash VAL_N(TRUE):BDD_{N,B}} \qquad \frac{\circledast_4}{\emptyset \vdash VAL_N(FALSE):BDD_{N,B}}$$

$$\cfrac{\cfrac{\ldots}{\emptyset \vdash ((\lambda y:N.\ iszero(y))?\ VAL_N(TRUE)\ VAL_N(FALSE)):BDD_{N,B}}\ \text{T-CHOICE} \qquad \cfrac{\cfrac{\circledast_5}{B <: N} \quad \cfrac{\circledast_5}{B <: N}}{BDD_{N,B} <: BDD_{B,N}}\ \text{S-BDD}}{\circledast_1}\ \text{T-SUBS}$$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{b:BDD_{B,N} \in \Gamma_1}{\Gamma_1 \vdash b:BDD_{B,N}}\ \text{T-VAR} \quad \cfrac{}{\Gamma_1 \vdash TRUE:B}\ \text{T-TRUE}}{\Gamma_1 \vdash EVALUAR(b,TRUE):NAT}\ \text{T-EVAL} \qquad \cfrac{}{NAT <: INT}\ \text{S-NATINT}}{\Gamma_1 = \emptyset,\{b:BDD_{B,N}\} \vdash EVALUAR(b,TRUE):INT}\ \text{T-SUBS}}{\circledast_2}\ \text{T-ABS}$$

$\sigma = BDD_{B,N}$

$$\cfrac{\cfrac{\circledast_2}{\emptyset \vdash (\lambda b:BDD_{B,N}.\ EVALUAR(b,TRUE)):\sigma \to INT} \qquad \cfrac{\circledast_1}{\emptyset \vdash ((\lambda y:N.\ iszero(y))?\ VAL_N(TRUE):VAL_N(FALSE)):\sigma}}{\emptyset \vdash (\lambda b:BDD_{B,N}.\ EVALUAR(b,TRUE))\ ((\lambda y:N.\ iszero(y))?\ VAL_N(TRUE);VAL_N(FALSE)):INT}\ \text{T-APP}$$

NOTA

$\circledast$ ESCRIBO B EN LUGAR DE BOOL Y N EN LUGAR DE NAT PARA QUE ME ENTRE.

⊛3

$$\dfrac{\dfrac{\checkmark}{\emptyset \vdash \text{TRUE} : B}\ \text{T-TRUE}}{\emptyset \vdash \text{VAL}_N(\text{TRUE}) : \text{BOO}_{N,B}}\ \text{T-VAL}$$

⊛4

$$\dfrac{\dfrac{\checkmark}{\emptyset \vdash \text{FALSE} : B}\ \text{T-FALSE}}{\emptyset \vdash \text{VAL}_N(\text{FALSE}) : \text{BOO}_{N,B}}\ \text{T-VAL}$$

⊛5

$$\dfrac{}{\text{BOOL} <: \text{NAT}}\ \text{S-BOOLNAT}$$